

Musterlösungen zum Übungsblatt 8

1. (6 Punkte)

a) Während Chester rannte, aß Prudence den Kuchen.

$$\begin{aligned} [Run(chester) \wedge Eat(prudence, the - cake)]^M &= 0 \\ [Run(chester)]^M &= 1 \quad F(chester) \in F(Run) \\ [Eat(prudence, the - cake)]^M &= 0 \quad < F(prudence), F(the - cake) > \notin F(Eat) \end{aligned}$$

b) Wenn Jo Ethel mag, lachen sie gemeinsam.

$$\begin{aligned} [Like(jo, ethel) \rightarrow Laugh(jo) \wedge Laugh(ethel)]^M &= 1 \\ [Like(jo, ethel)]^M &= 1 \quad < F(jo), F(ethel) > \in F(Like) \\ [Laugh(jo) \wedge Laugh(ethel)]^M &= 1 \\ [Laugh(jo)]^M &= 1 \quad F(jo) \in F(Laugh) \\ [Laugh(ethel)]^M &= 1 \quad F(ethel) \in F(Laugh) \end{aligned}$$

c) Genau dann, wenn der Hund den Kuchen frisst, wird Chester vom Kuchen vergiftet.

$$\begin{aligned} [Eat(the - dog, the - cake) \leftrightarrow Poison(the - cake, chester)]^M &= 1 \\ [Eat(the - dog, the - cake)]^M &= 1 \quad < F(the - dog), F(the - cake) > \in F(Eat) \\ [Poison(the - cake, chester)]^M &= 1 \quad < F(the - cake), F(chester) > \in F(Poison) \end{aligned}$$

d) Fiona singt und Prudence heult.

$$\begin{aligned} [Sing(fiona) \wedge Howl(prudence)]^M &= 0 \\ [Sing(fiona)]^M &= 1 \quad F(fiona) \in F(Sing) \\ [Howl(prudence)]^M &= 0 \quad F(prudence) \notin F(Howl) \end{aligned}$$

e) Entweder es regnet nicht, oder Ethel liest das Buch. $[\neg(Rain) \vee Read(ethel, the - book)]^M = 1$

$$\begin{aligned} [\neg(Rain)]^M &= 0 \quad [Rain]^M = 1 \\ [Read(ethel, the - book)]^M &= 1 \quad < F(ethel), F(the - book) > \in F(Read) \end{aligned}$$

f) Jo mag Fiona nur dann, wenn sie ihm das Buch gibt.

$$\begin{aligned} [Like(jo, fiona) \leftrightarrow Give(fiona, the - book, jo)]^M &= 0 \\ [Like(jo, fiona)]^M &= 1 \quad < F(jo), F(fiona) > \in F(Like) \\ [Give(fiona, the - book, jo)]^M &= 0 \quad < F(fiona), F(the - book), F(jo) > \notin F(Give) \end{aligned}$$

2. (8 Punkte)

Sei:

l = Lancelot D = ist Drache A = hat Angst vor
 h = der Heilige Gral V = verspeist H = hasst
 M = ist Mensch S = sucht J = ist Jungfrau

- | | |
|---|---|
| a) $\forall x(Dx \rightarrow Hlx)$ | e) $\exists x\forall y(Dx \wedge Jy \wedge \neg Vxy)$ |
| b) $\forall x(Dx \rightarrow Axl)$ | f) $\forall x\forall y((Dx \wedge Jy \wedge Vxy) \rightarrow Axl)$ |
| c) $\exists x\forall y(Dx \wedge My \rightarrow Axy)$ | g) $\neg\forall x(Mx \rightarrow Sxh)$ |
| d) $\exists x(Mx \wedge Sxh)$ | h) $\neg\exists x(Dx \wedge Sxl)$ oder $\forall x(Dx \rightarrow \neg Sxl)$ |

3. (6 Punkte)

- a) $\exists z\forall x(Axz \wedge Zxz)$
Der Skopus des Quantors \exists ist $\forall x(Axz \wedge Zxz)$. Der Skopus des Quantors \forall ist $(Axz \wedge Zxz)$. Durch $\exists z$ ist das z in Axz und in Zxz gebunden. Durch $\forall x$ ist das x in Axz und in Zxz gebunden. Es kommen keine freien Variablen vor.
- b) $Axyz \vee \exists zWyxz \leftrightarrow \forall z\exists x(Axy \wedge Bz)$
Dieser Satz ist nach der Syntax, wie wir sie eingeführt haben, syntaktisch falsch, da die PK A einmal 2-stellig und einmal 3-stellig verwendet wird.
- c) $Cuv \wedge \forall zUx(yu)z \rightarrow \exists yUxzy$
Der Skopus des Quantors \forall ist $Ux(yu)z$. Durch $\forall z$ ist das z in $Ux(yu)z$ gebunden. Der Skopus des Quantors \exists ist $Uxzy$. Durch $\exists y$ ist das y in $Uxzy$ gebunden. Alle anderen Variablen kommen frei vor, also auch das y in $Ux(yu)z$ und das x in $Uxzy$.
- d) $\forall x\exists ZVz \rightarrow \forall vQzv \wedge Av$
Dieser Ausdruck ist kein syntaktisch korrekter prädikatenlogischer Satz, da über Prädikatenkonstanten nicht quantifiziert werden kann.
- e) $\exists x\exists yAxy \wedge (Cxz \wedge (Ty)ab) \wedge \forall xZx$
Dieser Ausdruck ist kein syntaktisch korrekter prädikatenlogischer Satz, da der Ausdruck $(Ty)ab$ nicht gebildet werden kann. (Die Klammern sind falsch gesetzt.)
- f) $\forall x\forall y(Bxy \leftrightarrow Byx) \leftrightarrow \exists z\exists y(Bzy \wedge Byz)$
Der Skopus des ersten Allquantors ist $\forall y(Bxy \leftrightarrow Byx)$. Der Skopus des zweiten Allquantors ist $(Bxy \leftrightarrow Byx)$. Durch $\forall x$ ist das x in Bxy und in Byx gebunden. Durch $\forall y$ ist das y in Bxy und in Byx gebunden.
Der Skopus des ersten Existenzquantors ist $\exists y(Bzy \wedge Byz)$. Der Skopus des zweiten Existenzquantors ist $(Bzy \wedge Byz)$. Durch $\exists z$ ist das z in Bzy und in Byz gebunden. Durch $\exists y$ ist das y in Bzy und in Byz gebunden. Es kommen keine freien Variablen vor.